

3장 학습 정리

3.1 수열

3.1.1 수열이란?

(1) 수열 : 정의역이 자연수 전체의 집합 N 이고 공역이 실수 전체의 집합 R 인 함수 $f : N \rightarrow R$ 를 **수열**이라 하고, 정의역 N 의 원소 $1, 2, 3, \dots$ 에 대한 함숫값 $f(1), f(2), f(3), \dots$ 을 그 수열의 항이라고 한다.

(2) 수열의 일반항 : 수열을 나타낼 때 항에 번호를 붙여 a_1, a_2, a_3, \dots 과 같이 나타내고, 제 n 항, a_n 이 수열의 일반항이라고 한다. 또 수열을 간단히 나타낼 때 일반항 a_n 을 이용하여 $\{a_n\}$ 과 같이 나타낸다.

3.1.2 등차수열

첫째항부터 차례대로 일정한 수를 더하여 만든 수열을 **등차수열**이라 하고, 그 일정한 수를 **공차**라고 한다. 일반적으로 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 제 n 항에 공차 d 를 더하면 제 $n+1$ 항이 되므로 다음이 성립한다.

$$a_{n+1} = a_n + d \quad (\text{단, } n = 1, 2, 3, \dots)$$

등차수열의 일반항

첫째항이 a 이고 공차가 d 인 등차수열의 일반항 a_n 은 다음과 같다.

$$a_n = a + (n-1)d$$

등차수열의 합

등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은 다음과 같다.

❶ 첫째항이 a 이고 제 n 항이 l 일 때, $S_n = \frac{n(a+l)}{2}$

❷ 첫째항이 a 이고 공차가 d 일 때, $S_n = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2}$

3.1.3 등비수열

첫째항부터 차례대로 일정한 수를 곱하여 만든 수열을 **등비수열**이라 하고, 그 일정한 수를 **공비**라고 한다. 일반적으로 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 제 n 항에 공비 r 를 곱하면 제 $n+1$ 항이 되므로 다음이 성립한다.

$$a_{n+1} = ra_n \quad (\text{단, } n = 1, 2, 3, \dots)$$

등비수열의 일반항

첫째항이 $a_1 = a$ 이고 공비가 r 인 등비수열의 일반항 a_n 은 다음과 같다.

$$a_n = ar^{n-1} (n = 2, 3, 4, \dots)$$

등비수열의 합

첫째항이 a 이고 공비가 r 인 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 은 다음과 같다.

❶ $r \neq 1$ 일 때,
$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

❷ $r = 1$ 일 때,
$$S_n = na$$

3.2 여러 가지 수열

3.2.1 계차수열

수열 $\{a_n\}$ 에서 이웃한 두 항의 차 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$)을 a_{n+1} 과 a_n 의 **계차**라 하고, 계차로 이루어진 수열 $\{b_n\}$ 을 처음 수열 $\{a_n\}$ 의 **계차수열**이라고 한다.

수열과 계차수열

수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라고 하면

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \quad (n = 2, 3, 4, 5, \dots)$$

3.2.2 군수열

수열 $\{a_n\}$ 의 몇 개의 항을 묶어 놓은 것들이 또다시 수열을 이룰 때 **군수열**이라 한다.

군수열의 성질

- (1) 각 군 안에서의 항들이 수열을 이룬다.
- (2) 각 군의 항의 개수가 수열을 이룬다.
- (3) 각 군의 첫째항들이 수열을 이룬다.

3.2.3 표수열

다양한 규칙으로 이루어진 표 형태의 수열을 **표수열**이라고 한다.

3.2.4 피보나치 수열

수열의 항 사이에 다음과 같은 식이 성립하는 수열 $\{F_n\}$ 을 **피보나치 수열**이라고 한다.

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

3.3 문자 추리

3.3.1 문자로 이루어진 수열

문자로 이루어진 수열: 문자로 이루어진 수열의 가장 단순한 형태는 한글 자음과 모음 또는 영어의 알파벳에 차례로 번호를 붙여 일정한 규칙으로 나열한 것이다. 예를 들어 한글과 영어 알파벳은 다음과 같이 순서가 반복되도록 나열된 표를 이용한다.

❶ 한글 자음

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ㄱ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ	ㅂ	ㅅ	ㅇ	ㅈ	ㅊ	ㅋ	ㅌ	ㅍ	ㅎ	ㅊ	ㅋ	ㄴ	ㄷ	ㄹ	ㅁ

❷ 한글 모음

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
ㅏ	ㅑ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ	ㅑ	ㅓ	ㅕ	ㅗ	ㅛ	ㅜ	ㅠ	ㅡ	ㅣ	ㅣ

❸ 알파벳

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N

3.3.2 복면산

문자를 이용하여 표현된 수식에서 각 문자가 나타내는 숫자를 알아내는 문제이다.

3.4 도형 추리

3.4.1 도형수열

여러 가지 도형이나 표 또는 특별한 모양으로 수를 배열하여 만든 수열을 **도형수열**이라고 한다.

3.4.2 겨냥도와 전개도

(1) 겨냥도 : 입체도형의 모양을 잘 알 수 있도록 하기 위해 평행인 모서리는 평행이 되게 그리고, 보이는 모서리는 실선으로, 보이지 않는 모서리는 점선으로 그린 그림을 입체도형의 **겨냥도**라고 한다.

(2) 전개도 : 입체도형의 겉면을 적당히 잘라 내어 한 평면 위에 펼쳐서 그린 그림을 **전개도**라고 한다.

3.4.3 도형 움직이기

주어진 다양한 도형을 위, 아래, 왼쪽, 오른쪽 또는 시계 방향이나 시계 반대 방향 등으로 돌리고 뒤집었을 때 나타나는 모양을 알아보는 것을 **도형 움직임**이라 한다.

3.4.4 쌓기나무

쌓기나무는 정육면체 모양의 입체도형이다. 쌓기나무를 이용하여 쌓은 모양과 사용한 쌓기나무 개수를 알아보는 것은 실생활에서 많이 활용된다.